مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع
King Abdulaziz & his Companions Foundation for Giftedness & Creativity

مسابقة موهوب
Mawhoob Competition

الرياضيات

الحقيبة التدريبية لموهوب2

الإدارة العامة للمسابقات

الفريق العلمي للرياضيات

2023

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

عزيزي الطالب عزيزتي الطالبة:

مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع "موهبة "هي مؤسسة حضارية غير هادفة للربح ، أسسها خادم الحرمين الشريفين الملك عبدالله بن عبدالعزيز آل سعود - رحمه الله – عام 1419 هـ/1999م ، تسعى إلى إيجاد بيئة محفزة للموهبة والإبداع، وتعزيز الشغف بالعلوم والمعرفة، لبناء قادة المستقبل من خلال منهجية، وفق أحدث الأساليب العلمية وأفضل الممارسات العالمية في تعليم الموهوبين والمبدعين، لاستثمار طاقاتهم وتمكينهم؛ كونهم الرافد الأساس لازدهار الانسانية، وتسعى موهبة إلى دعم الرؤية بعيدة المدى للإبداع والموهبة ورعايتها في المملكة بما يوائم تطلعات وطموح أهداف رؤية 2030 في تطوير القدرات البشرية الموهوبة واعداد جيل قادم يكون عماد الإنجاز وأمل المستقبل، وعليه تؤمن موهبة بأن الاستثمار في تعليم الموهوبين ليس رفاهية ولا عملًا نخبويًّا بل ضرورة للارتقاء بمعايير عالية الجودة في تعزيز قدراتهم حتى يسهموا في بناء مجتمعهم ليصبحوا قادة المستقبل، كما تتمتع موهبة بخبرات طويلة في تنفيذ العديد من البرامج للطلبة الموهوبين والمبدعين فهي تمثل دوراً رئيسًا في المنظومة المؤسساتية الحالية الداعمة لتعليم الموهوبين في المملكة وتتكامل مع نظام التعليم الوطني من خلال برامج التعرف والرعاية الشاملة والمتكاملة للموهوبين وتبادل الخبرات بما يخص التخطيط والتطبيق القيّم مع المعنيين مثل وزارة التعليم والمؤسسات الأكاديمية العالمية حول كيفية تصميم البرامج والمبادرات وتقديمها من خلال ممارسات تربوية متقدمة.

ونظرا لأن المسابقات العلمية لم تعد ترفاً يمكن الاستغناء عنه، بل أصبحت معادلاً موضوعياً للتفوق والتقدم في المجالات العلمية، ولأنه مع زخم المنافسة للصعود على منصات التتويج أصبح على كل من يريد أن يحقق ذلك أن يسلك كافة السبل التي تتيح له ليس فقط الوصول إلى تلك المنصات، بل حجز مكان دائم عليها.

وبين يديك الآن الحقيبة التدريبية الأساسية والتي من خلالها نتعرف بشكل مبدئي على طبيعة موضوعات وأسئلة المسابقات والأساسيات الواجب توافرها حتى ندخل في مرحلة الاتقان التي تضعك على أول طريق المنافسة لنيل شرف تمثيل الوطن في المسابقات الدولية.

ولقد حرصنا في هذه الحقيبة أن نقدم لكم المادة العلمية بلغة سهلة وجذابة تدفع شغفكم الى نقاط ابعد وعوالم أخرى من التحدي والاستمتاع بالتعلم.

المحتويات

المعادلات الخطية في متغير واحد

الخطوات المعتادة لحل المعادلات:

التخلص من المقامات: نجري ذلك بضرب كل حد في المعادلة في $L.C.M$ للمقامات.

I فك الأقواس: باستخدام قانون التوزيع.

II نقل الحدود: ننقل جميع الحدود التي تشمل المجهول في طرف وباقي الحدود في الطرف الآخر تبعاً للقاعدة

لنقل حدود في معادلة من طرف لطرف آخر نعكس إشارتها والحدود غير المنقولة تظل إشارتها كما هي.

III تجميع الحدود المتشابهة: نقوم بتجميع الحدود المتشابهة حتى نصل للصورة $ax=b$ حيث a,b ثابتان

ولكن أحياناً مجهولان، ويسمى الثابت المجهول في المعادلة بارامتر.

IV القسمة على معامل x : عندما $a \neq 0$ يكون لدينا حل وحيد $x=\dfrac{b}{a}$ ، عندما $a=0, b\neq 0$ فلا يوجد حل، وعندما $a=b=0$ فإن أي عدد حقيقي حل للمعادلة، يجب مراعاة عندما a بارامتر أن ندرس كل الحالات السابقة.

(ملاحظة: أحياناً لا نلتزم حرفياً بالترتيب السابق عندما نجد حل أقرب)

تدريبات:

(1) حل المعادلات:

$a)\ x+3=4$

$b)\ x-2=9$

$c)\ 7x=49$

$d)\ \dfrac{x}{3}=6$

$e)\ 2x-1=19$

$f)\ 4x-4=x+11$

$g)\ 9(x-1)=7(x+1)$

(2) حل المعادلة $\dfrac{1}{7}(5x+2)=1$

(3) حل المعادلة $\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{7}(5x-1)\right]+5=6$.

مسائل تؤول لمعادلات خطية:

(1) إذا كان %7 من عدد يساوي 56 . فما هو العدد؟

(2) إذا كان مجموع 4 أعداد طبيعية متتالية هو 50. فما العدد الأكبر؟

(3) عددان طبيعيان النسبة بينهما 3 : 2، والفرق بينهما 14. ما العدد الأصغر؟

(4) اشترى أحمد جهاز حاسوب مخفضاً بنسبة %35 عن ثمنه الأصلي حيث دفع 1300 ريالاً. كم ريالاً كان الثمن الأصلي للجهاز؟

(5) اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع 46000 ريال وكانت نسبة ربحه %15، فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة؟

أسئلة للتحدي

(1) تم رصد قطار يسير بسرعة ثابتة لحظة دخوله نفق طوله 120 متراً حتى خرج من النفق بأكمله، وكان زمن الرصد دقيقة واحدة. إذا علمت أن نفس القطار وبنفس السرعة الثابتة يستغرق 20 ثانية ليعبر إشارة ضوئية بكامل طوله. كم يبلغ طول القطار؟

(2) لدينا إناء نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء فيه كنسبة 1 إلى 4. عندما يستبدل سعد 2 من الكرات البيضاء ب 7 من الكرات الحمراء تصبح نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء كنسبة 2 إلى 3. ما نسبة إجمالي عدد الكرات الآن إلى العدد الإجمالي في البداية؟

(3) أنجبت ليلى طفلها الأول في عيد ميلادها العشرين، وطفلها الثاني بعد سنتين بالضبط، وطفلها الثالث بالضبط بعد عامين. كم يكون عمر ليلى عندما عمرها يساوي مجموع أعمار أطفالها الثلاثة؟

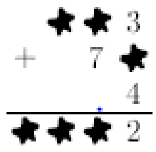
(4) تحتوي سلة فواكه على تفاح وبرتقال. نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 3 إلى 8. قمنا بسحب تفاحة واحدة من السلة. أصبحت نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 1 إلى 3. كم عدد البرتقال في السلة؟

(5) المتوسط الحسابي لستة أعداد هو 4. عندما دخلنا عدداً سابعاً أصبح المتوسط الجديد 5. أوجد العدد السابع.

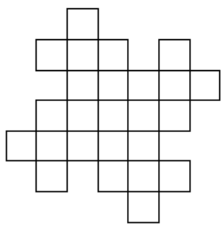
(6) كان المدرب يشتري 17 كرة لناديه الرياضي ثمن الواحدة 481 ريالاً. قال البائع: "عليك أن تدفع 10177 ريالًا ثمنًا للكرات". كيف يمكن أن يخمن أنه تعرض للغش دون إجراء حسابات صعبة؟

(7) تم ضرب مجموع عددين بحاصل ضربهما. هل يمكن أن تكون النتيجة 20042401؟ (إذا كان ذلك ممكنًا فاعط مثالاً، وإذا لم يكن كذلك، فسر سبب ذلك).

(8) كتبت سعاد تمرينًا على الجمع تختلف فيه جميع الأرقام. وبعد فرحها بإنجازه قام أخوها الصغير بسكب بقع من الحبر على دفترها. هل تستطيع مساعدة الفتاة على إعادة كتابة حل تمرينها؟



(9) ارسم خمسة مربعات في الشكل أدناه بحيث يمكن تقسيم الجزء المتبقي إلى خمسة أجزاء متطابقة (يكفي تقديم مثال واحد للإجابة).

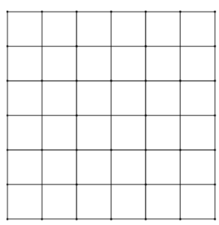


(10) اشترى مزارع البقرة الثالثة. الآن كل يوم يحصل:

- من البقرة الأولى على 2 لتر حليب؛
- من البقرة الثانية على نصف ما يحصل عليه من البقرة الثالثة بالإضافة إلى الكمية التي يحصل عليه من البقرة الأولى؛
- من البقرة الثالثة على نصف ما يحصل عليه من الأبقار الثلاثة.

كم لتراً من الحليب يحصل عليها المزارع السعيد من كل من الأبقار؟

(11) قم بتلوين ستة مربعات من الجدول التالي باللون الأسود بحيث يكون من المستحيل قطع أي شريط أبيض من النوع 1×6 أو رباعي أبيض من النوع 3×3 بعد التلوين.



(12) في الشكل المقابل عملية جمع لثلاثة أعداد.

يشير كل حرف إلى أحد الأرقام من 0 إلى 9 ويرمز لنفس الرقم في كل مرة يظهر فيها. الأحرف المختلفة ترمز لأرقام مختلفة. لا يوجد عدد رقم خانته اليسرى 0.

$$\begin{array}{r} J\,M\,O \\ J\,M\,O \\ +\;J\,M\,O \\ \hline I\,M\,O \end{array}$$

أوجد جميع القيم الممكنة لناتج الجمع.

نظام المعادلات الخطية الآنية

(1) الصورة العامة لمعادلتين خطيتين في مجهولين هي

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}.$$

(2) لحذف أحد المتغيرات لحل النظام نستخدم:

(i) العمليات على المعادلات المعتادة.

(ii) طريقة التعويض.

وفي كثير من الأحيان تكون الطريقة (i) أكثر فاعلية.

- عندما $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$ فإن النظام له حل وحيد.
- عندما $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$ فإن النظام له عدد لانهائي من الحلول،
- عندما $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$ فإن النظام له ليس له حل.

تدريب: أوجد عدد الحلول لكل نظام مما يأتي:

$(a$ $$\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 7x + 5y = 1 \end{cases}$$

$(b$ $$\begin{cases} 4x + 3y = 3 \\ 8x + 6y = 7 \end{cases}$$

(c $$\begin{cases} x + 5y = 3 \\ 2x + 10y = 6 \end{cases}$$

تدريبات:

(1) حل كل من أنظمة المعادلتين:

(a) $$\left.\begin{matrix} x + y = 13 \\ x - y = 7 \end{matrix}\right\}$$

(b) $$\left.\begin{matrix} 2x + y = 9 \\ x + 4y = 8 \end{matrix}\right\}$$

(c) $$\left.\begin{matrix} x + y = 14 \\ x - y = 2 \end{matrix}\right\}$$

(d) $$\left.\begin{matrix} 2x - y = 6 \\ x + 4y = 21 \end{matrix}\right\}$$

(2) عددان مجموعهما 42 والفرق بينهما 8 فما هما العددان؟

مسائل تحدي

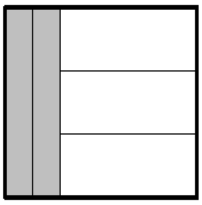
(1) حل نظام المعادلتين

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=6 \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=14 \end{cases}$$

(2) حل نظام المعادلات

$$\begin{cases} x+y=8 \\ y+z=4 \\ z+x=6 \end{cases}$$

(3) اعط مثالاً لكسرين الفرق بينهما يساوي حاصل ضربهما.



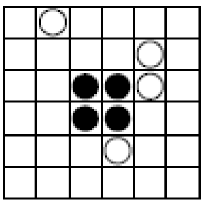
(4) الشكل المقابل عبارة عن مربع مكون من خمس مستطيلات لها نفس المحيط.

ما النسبة بين مساحة أحد المستطيلات المظللة إلى مساحة أحد المستطيلات غير المظللة؟

(5) نريد تقسيم مبلغ من المال بالتساوي بين مجموعة من الأطفال. إذا حصل كل طفل على 60 هللة فسيتبقى 2.10 ريال، بينما إذا كان هناك 20 هللة أكثر من هذا المبلغ فسيكون هناك ما يكفي لكي يحصل كل طفل على 70 هللة. كم عدد الأطفال في المجموعة؟

(6) العدد 3600 يمكن كتابته على الصورة $2^a \times 3^b \times 4^c \times 5^d$. حيث a,b,c,d أعداد صحيحة موجبة. إذا علمت أن $a+b+c+d=7$. فما قيمة c؟

(7) لدينا العدد 12345123451234512345. إذا كان بإمكانك إزالة عشر خانات، ما أكبر عدد يمكنك الحصول عليه؟



(8) قم بقطع الشكل (الذي في الصورة المجاورة) إلى أربعة أجزاء متطابقة (سواء في

الشكل أو المساحة) بحيث يحتوي كل جزء على دائرة سوداء واحدة وكذلك دائرة بيضاء واحدة.

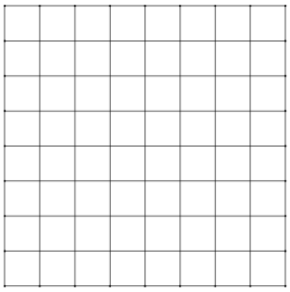
(9)لدى أخي أربعة أطفال. تبلغ أعمارهم 5 و 8 و 13 و 15 سنة. أسماؤهم (بدون ترتيب) هي محمد ورجاء ونجاح ونور. إحدى البنات في رياض الأطفال، رجاء أكبر من محمد، مجموع عمري رجاء ونور يقبل القسمة على ثلاثة. هل نور ولد أم بنت؟

(10) هناك مئة شخص يعيشون على جزيرة. إذا علمت أن بعضهم كاذبون والباقون يقولون الصدق دائمًا، وأن كل ساكن للجزيرة لديه فصل مفضل من السنة. سئل كل ساكن أربعة أسئلة:

- هل تحب الشتاء؟
- هل تحب الربيع؟
- هل تحب الصيف؟
- هل تحب الخريف؟

كانت هناك 25 إجابة إيجابية (أي بنعم) على السؤال الأول، وكذلك 25 إجابة على السؤال الثاني، و 45 إجابة على السؤال الثالث، و 55 إجابة على السؤال الرابع. كم عدد الكذابين في الجزيرة؟

(11) لدينا الجدول التالي من النوع 8×8 مقسم ل 64 مربع صغير.



هل يمكنك تلوين 17 مربع صغير باللون الأسود بحيث لا يشترك أي مربعين منها في ضلع أو حتى رأس؟

تطابق المثلثات

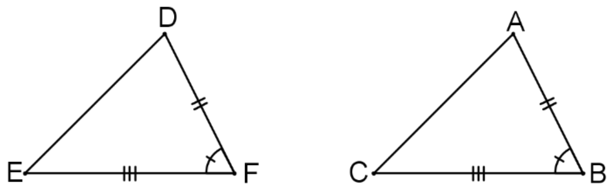
Congruent Triangles

من السهل أن نرسم مثلثين أطوال أضلاع الأول منهما على سبيل المثال $4,5,7$ ثم نرسم المثلث الثاني بنفس الأطوال ولكن على ورقة شفافة وعند وضعها على الورقة التي تحوي المثلث الأول ستلاحظ انطباق المثلثان وستلاحظ أيضا أن الزوايا المتناظرة تتساوي في قياسها، هذا ما نطلق عليه تطابق المثلثين وما ذكرناه هنا هو حالة من حالات التطابق، ولعلنا الآن نبدأ في الحديث بالتفصيل عن حالات التطابق.

حالات تطابق المثلثين.

الحالة الأولى

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر، وسنطلق على هذه الحالة الاختصار $(S.A.S)$.



في المثلثين: ABC, DFE ، إذا كان
$$\begin{cases} AB = DF \\ BC = FE \\ \angle B \cong \angle F \end{cases}$$

فإن $\Delta ABC \cong \Delta DFE (S.A.S)$

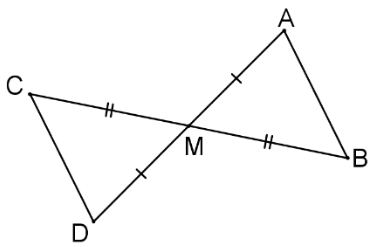
وينتج أن:
$$\begin{cases} AC = DE \\ \angle A \cong \angle D \\ \angle C \cong \angle E \end{cases}$$

تدريب:

على الشكل M منتصف القطعة AD وكذلك منتصف القطعة BC

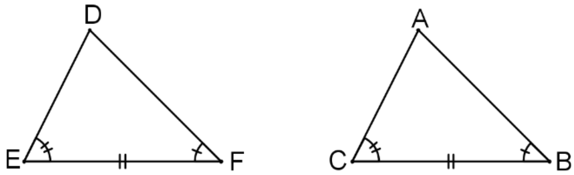
أثبت أن: أولاً $AB = CD$

ثانياً $AB \parallel CD$.



الحالة الثانية

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.
وسنطلق على هذه الحالة الاختصار $A.S.A$.



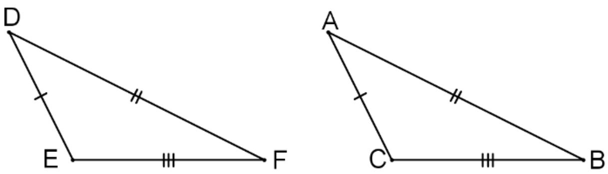
في المثلثين: ABC, DFE ، إذا كان
$$\begin{cases} CB = EF \\ \angle C \cong \angle E \\ \angle B \cong \angle F \end{cases}$$

فإن $\Delta ABC \cong \Delta DFE (A.S.A)$

وينتج أن:
$$\begin{cases} AB = DF \\ AC = DE \\ m(\angle A) = m(\angle D) \end{cases}$$

الحالة الثالثة

يتطابق مثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار $S.S.S$.

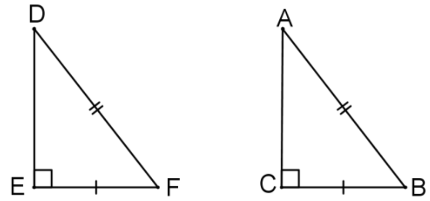


في المثلثين: ABC, DFE ، إذا كان
$$\begin{cases} AB = DF \\ AC = DE \\ BC = EF \end{cases}$$

فإن $\Delta ABC \cong \Delta DFE (S.S.S)$ وينتج تساوي قياسات الزوايا المتناظرة.

الحالة الرابعة

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق في أحدهما ضلع ووتر في أحدهما مع نظيريهما في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار $H.S$.



في المثلثين: ABC, DFE ، إذا كان
$$\begin{cases} AB = DF \\ CB = EF \\ m(\angle C) = m(\angle E) = 90^\circ \end{cases}$$

فإن $H.S$ $\Delta ABC \cong \Delta DFE$ وينتج تساوي العناصر الثلاثة الباقية.

ملاحظات:

$5-1$: الضلعان المتطابقان في المثلث المتطابق الضلعين يسميان الساقين، والضلع الثالث يسمى القاعدة. أما الزاويتين على القاعدة فيسميان زاويتا القاعدة وتسمى الزاوية المقابلة للقاعدة بزاوية الرأس للمثلث المتطابق الساقين.

نظرية (نظرية المثلث المتطابق الساقين)

زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الساقين متطابقتين.

وكذلك

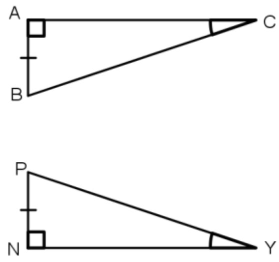
إذا تطابقت زاويتان في أي مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يتطابقان.

- المثلث المتطابق الأضلاع هو أيضا مثلث متطابق الزوايا.
- قياس زاوية المثلث المتطابق الأضلاع تساوي 60° .
- منصف زاوية الراس في المثلث المتطابق الساقين عمودي على القاعدة ويقطعها في المنتصف.
- المثلث المتطابق الزوايا هو أيضا مثلث متطابق الأضلاع.

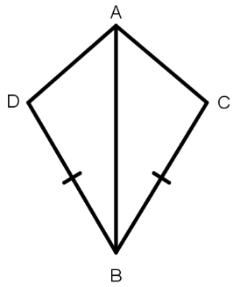
تدريبات

على الأشكال التالية أوجد المثلث (إذا وجد) الذي يطابق $\triangle ABC$ وحدد المسلمة التي استخدمتها .

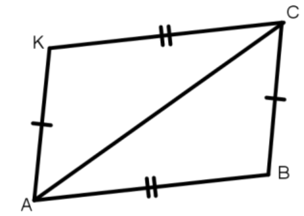
(1)



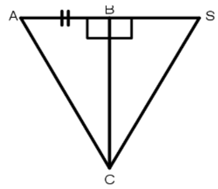
(2)



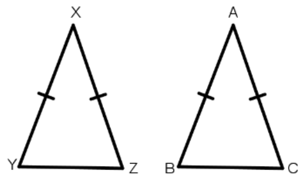
(3)



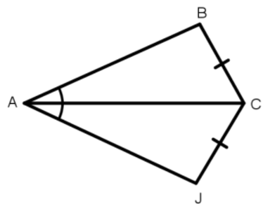
(4)



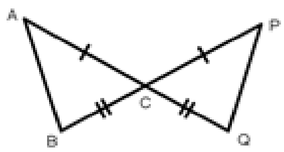
(5)



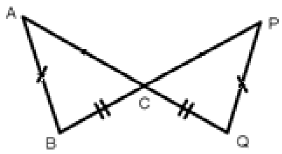
(6)



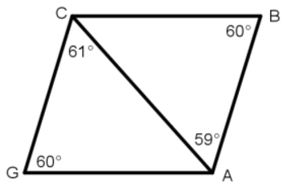
(7)



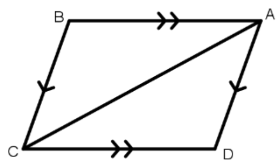
(8)



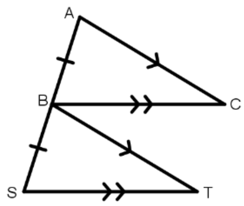
(9)



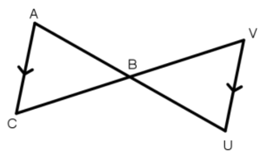
(10)



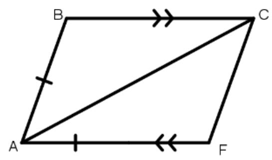
(11)



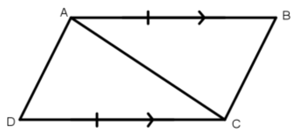
(12)



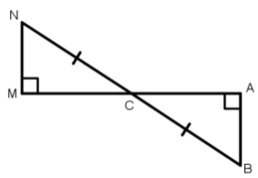
(13)



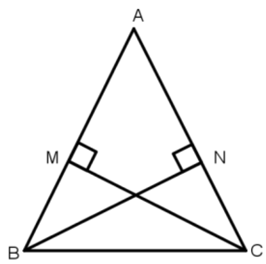
(14)



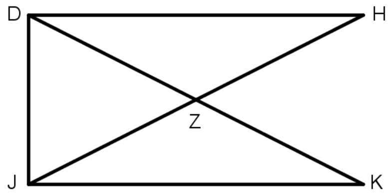
(15)



(16) على الشكل المجاور: إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{AB}$ ،
$\overline{CM} \perp \overline{AB}, \overline{BN} \perp \overline{AC}$ وضح كيف تستطيع أن تثبت أن
$\triangle ABN \cong \triangle ACM$.

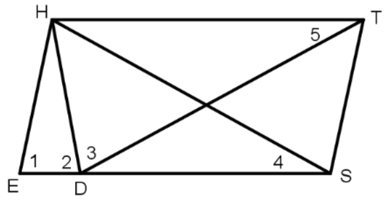


(17) على الشكل المجاور: إذا كان $JH = DK, DH \perp DJ, JK \perp DJ$ أثبت أن $\angle H = \angle K$.



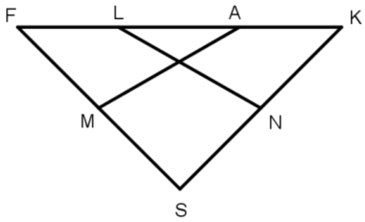
---

(18) على الشكل المجاور: إذا كان $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$، $ES = DT$ أثبت أن $\angle 4 \cong \angle 5$.



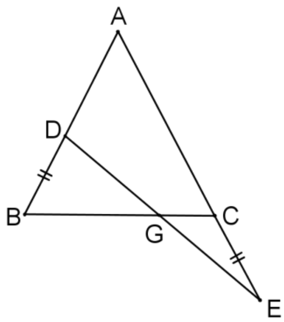
---

(19) على الشكل المجاور: إذا كان $FL = AK, SF = SK$، M منتصف SF ، N منتصف SK أثبت أن $AM = LN$.



---

(20) على الشكل ΔABC فيه $AB = AC$، وتقع النقطة D على AB، والنقطة E تقع على امتداد AC بحيث $BD = CE$، فإذا كان DE يقطع BC في G. فأثبت أن $DG = GE$.



اختبار تجريبي

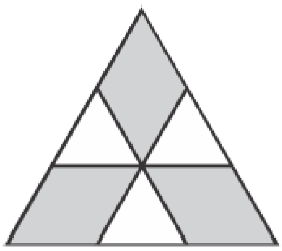
(1) إذا كان حاصل ضرب عددين يساوي 48 وناتج جمعهما يساوي 49. فما هو الفرق بين هذين العددين؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	10	28	36	47

(2) ما قيمة x التي تحقق المعادلة $\frac{2x+4x}{3}+5=\frac{3x-5}{2}$ ؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
-15	-5	-1	0	5

(3) في الشكل الموضح، المثلث الكبير هو مثلث متطابق الأضلاع مساحته 18. رسمت الخطوط الموازيه لأضلاعه بحيث تكون الأجزاء المظللة الثلاثة متطابقة، وكذلك الأجزاء الغير مظللة الثلاثة متطابقة . ما مجموع مساحات الأجزاء المظللة؟



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
8	10	12	14	15

(4) كل نجمة في المعادلة التالية تمثل "+ أو −" . ما أقل عدد ممكن من علامات $*$ تستبدل بعلامة $+$ لتصبح المعادلة

$$2*1*5*2*1*5*2*1*5=0$$

صحيحة ؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	3	4	5	6

(5) الأعداد الصحيحة الموجبة x, y, z تحقق المعادلات $x\times y=15,\ y\times z=21,\ z\times x=35$.

ما قيمة $x+y+z$؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	12	14	15	16

(6) دلو ممتلئ لمنتصفه بالماء. إذا أضاف خالد 11 لترًا آخرين فسيرتفع مستوى الماء حتى يصل إلى ثلاثة أرباع الدلو . ما هي السعة الكلية للدلو؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
22	33	44	55	66

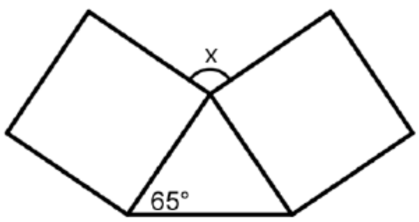
(7) ما قيمة x التي تحقق المعادلة $3x - 4 = 5(x - 2)$ ؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
1	2	3	4	5

(8) كتب يوسف خمسة أعداد موجبة مختلفة كل منها مكون من رقم واحد على السبورة . اكتشف أن مجموع أي عددين منها لا يساوي 10. أي من الأعداد التالية قام يوسف بالتأكيد بكتابته على السبورة؟

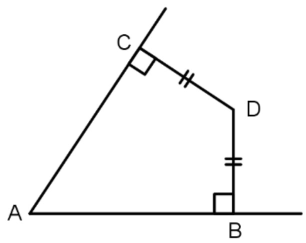
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
2	5	7	8	9

(9) في الشكل التالي: مربعان متطابقان تلاقى عند أحد رؤوسهما. ما قيمة x ؟



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
90°	100°	120°	130°	150°

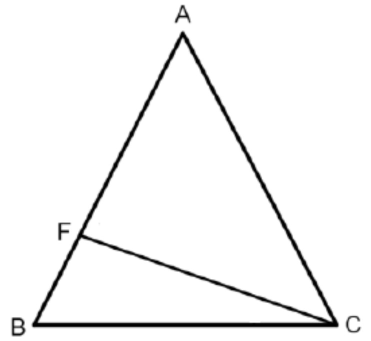
(10) في الشكل التالي:



لدينا $DC = DB$ ، $\angle ACD = \angle ABD = 90°$ ، $AB = 8$. كم طول AC ؟

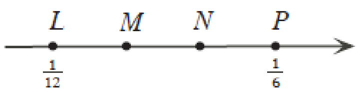
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
4	6	7	8	10

(11) في الشكل التالي المثلث ABC متطابق الضلعين فيه $AB = AC$. النقطة F على الضلع AB بحيث $AF = FC = BC$. كم قياس $\angle A$؟



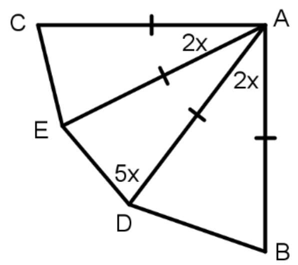
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
36°	35°	32°	30°	20°

(12) على خط الأعداد التالي: النقطتان M, N تقسمان المسافة بين النقطتين L, P لثلاثة أقسام متساوية. ما القيمة عند النقطة M؟



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{12}$

(13) في الشكل التالي: $AC = AE = AD = AB$ ، $\angle ADE = 5x$ ، $\angle A = 90^\circ$ ، $\angle CAE = \angle BAD = 2x$. ما قيمة x؟



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10°	15°	16°	18°	20°

(14) حقيبة تحوى كرات بأربعة ألوان مختلفة: ثلاث منها حمراء و اثنين زرقاء وخمس بيضاء وعشر خضراء. تم سحب عدد من الكرات بشكل عشوائي و لم يتم إعادتها للحقيبة. ما هو أقل عدد من الكرات يجب سحبه من الحقيبة لنتأكد من أن كرتين لهما نفس اللون؟

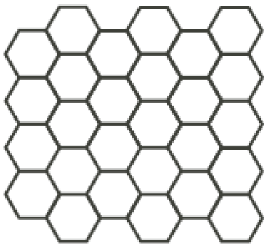
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
12	10	6	5	4

(15) ما قيمة m التي تجعل النظام التالي له حل وحيد ؟

$$\begin{cases} mx + 7y = 3 \\ 8x + 2y = 17 \end{cases}$$

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$m = 0$	$m = 1$	$m \neq 1$	$m = 28$	$m \neq 28$

(16) تقوم حنان بتلوين كل سداسي منتظم في الشكل التالي. ما هو أقل عدد من الألوان تستخدمه حنان بحيث لا تقوم بتلوين أي سداسيين متجاورين بنفس اللون؟



(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
3	4	5	6	7

(17) يمكننا أن نعرف العملية Δ على الصورة: $a\Delta b = a \times b + a + b$ ، فعلى سبيل المثال

$2\Delta 5 = 2 \times 5 + 2 + 5 = 10 + 2 + 5 = 17$.

إذا كانت $p\Delta 3 = 39$ فما قيمة p؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
9	10	11	12	13

(18) ما هو الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل حلًا للنظام التالي؟

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 6 \\ \\ x = 2y + 4 \end{cases}$$

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$(2, 3)$	$(4, 6)$	$(10, 3)$	$(5, 4)$	$(0, 0)$

(19) متوسط درجة الطلاب الذين خضعوا لاختبار الرياضيات كان 60 درجة. إذا كان 75% من الطلاب اجتازوا الاختبار، ومتوسط درجة الطلاب الذين اجتازوا الاختبار كانت 70 درجات. ما متوسط درجات الطلاب الذين فشلوا في الاختبار؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
10	20	25	28	30

(20) أمس كتبت رقم تليفون صديقي سعد. عندما فتحت مفكرتي وجدت أن الرقم مكون من 5 أرقام، ولكني أتذكر أن عمار أخبرني أن رقم تليفونه مكون من 6 أرقام. ليس لدي أي فكرة أي رقم نسيت كتابته ولا حتى موقعه بين رقم الهاتف. كم أقصى عدد من أرقام الهواتف يمكن أن استخدمه لأتأكد أن رقم يزيد بينها؟
(لاحظ أن رقم الهاتف قد يبدأ أو ينتهي بأي رقم بما فيها الصفر)

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
40	50	55	60	70

(21) في مجموعة من الإبل، يزن الجملان الأخف وزناً 20% من الوزن الكلي للمجموعة . والثلاثة جمال الأثقل وزنًا تزن 65% من الوزن الكلي للمجموعة. كم عدد الجمال في المجموعة؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
6	7	8	10	15

(22) ما عدد الأعداد الصحيحة الموجبة n ، التي تجعل العدد $\dfrac{36}{n+2}$ صحيحاً ؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
9	8	7	6	5

(23) في أحد المدارس تقدم 50 طالبا لاختبارات اختيار الفرق الرياضية بالمدرسة فكانت النتائج كالتالي:

- 33 طالب نجحوا في اختبار كرة القدم

- 24 نجحوا في اختبار كرة السلة
- 8 طلاب لم ينجحوا في اختبار كرة القدم أو كرة السلة.

كم طالبا نجح في اختبارات كرة القدم وكرة السلة معاً؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
20	19	18	16	15

(24) تم ترتيب الأرقام من 1 إلى 25 لخمسة صفوف وخمسة أعمدة على الشكل التالي:

1	2	3	4	5
10	9	8	7	6
11	12	13	14	15
20	19	18	17	16
21	22	23	24	25

ماهو أكبر مجموع لخمسة أعداد بحيث لايكون من هذه الأعداد الخمسة عددين من نفس الصف أو نفس العمود؟

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
60	71	80	90	91

انتهت الأسئلة

الحلول

المعادلات الخطية في متغير واحد

تدريبات:

(1) a) $x=1$ ، b) $x=11$ ، c) $x=7$ ، d) $x=18$ ، e) $x=10$ ، f) $x=5$ ، g) $x=8$

(2) $x=1$

(3) $x=3$.

مسائل تؤول لمعادلات خطية:

(1) بفرض العدد x. يصبح $\frac{7}{100}x=56$ ومنها $x=800$.

(2) نفرض الأعداد $n, n+1, n+2, n+3$ فيصبح لدينا $4n+6=50$ ، ومنها $n=11$ ، والعدد الأكبر 14.

(3) نفرض العددين $2x, 3x$، ويصبح $3x-2x=14$ ومنها $x=14$ والعدد الأصغر 28.

(4) بفرض الثمن الأصلي هو x، الثمن بعد الخصم يعادل 65% من الثمن الأصلي، ويصبح $\frac{65}{100}x=1300$ ومنها $x=2000$ ريالاً.

(5) بفرض سعر الشراء هو x. ثمن البيع يعادل 115% من سعر الشراء، ويصبح $\frac{115}{100}x=46000$ ومنها $x=40000$ ريالاً.

أسئلة للتحدي

(1) بفرض طول القطار x متراً. لأنه يأخذ 60 ثانية ليخرج من النفق الذي طوله 120 متراً من لحظة دخوله ومن ثم سرعة القطار الثابتة تساوي $\frac{120+x}{60}$. بينما يأخذ 20 ثانية ليعبر كاملاً إشارة بنفس سرعته التي تساوي في هذه الحالة $\frac{x}{20}$. إذن $\frac{x}{20}=\frac{120+x}{60}$ والتي حلها $x=60$. مما يعني أن طول القطار 60 متراً.

(2) نفرض عدد الكرات الحمراء في البداية هو n وبالتالي عدد الكرات البيضاء في البداية هو $4n$. بعد استبدال 2 من الكرات البيضاء ب 7 من الكرات الحمراء أصبح عدد الكرات الحمراء الآن هو $(n+7)$، وعدد الكرات البيضاء هو $(4n-2)$ ، يمكننا تكوين المعادلة: $\frac{2}{3}=\frac{n+7}{4n-2}$ والتي تكافئ $3n+21=8n-4$ والتي حلها $n=5$.

وبالتالي إجمالي عدد الكرات في البداية كان $n + 4n = 5n = 25$،
وإجمالي عدد الكرات في النهاية هو $(n+7) + (4n-2) = 5n + 5 = 30$.
ومن ثم النسبة المطلوبة هي $30 : 25 = 6 : 5$.

(3) لنجعل سنة الأساس هي السنة التي كان عمر ليلى 20 عاماً، نفرض بعد x سنة سيكون عمرها يساوي مجموع أعمار أطفالها الثلاثة. عندئذ سيكون عمر ليلى $x + 20$ عاماً وعمر الطفل الأول x عاماً والثاني $x - 2$ عاماً والثالث $x - 4$، وحينها يمكننا تكوين المعادلة:

$$x + 20 = x + x - 2 + x - 4$$
$$26 = 2x \Rightarrow 13 = x$$

وعندها سيكون عمر ليلى 33 عاماً.

(4) بفرض أن هناك في البداية $3x$ تفاحة و $8x$ برتقالة في السلة. بعد سحب تفاحة واحدة أصبح عدد التفاح في السلة $3x - 1$ بينما ظل عدد البرتقال $8x$. ويمكننا تكوين المعادلة:

$$\frac{3x - 1}{8x} = \frac{1}{3}$$

والتي حلها $x = 3$. ومنها عدد البرتقال في السلة يساوي 24.

(5) مجموع الستة أعداد يساوي $4 \times 6 = 24$، مجموع السبعة أعداد يساوي $5 \times 7 = 35$. العدد السابع يساوي $35 - 24 = 11$.

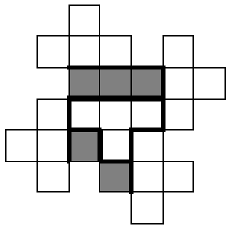
(6) لأن 17 أقل من 20 ، 481 أقل من 500، وحاصل ضرب 20 في 500 يساوي 10000. فإن سعر الكرات الفعلي أقل من 10000.

(7) لا يمكن. إذا كان أحد العددين زوجي، فسيكون ناتج ضرب العددين زوجي وعندما نضربه في ناتج جمع العددين (أياً كان نوعه زوجي أم فردي) سيكون حاصل الضرب النهائي زوجي. بينما لو كان العددين فرديان فإن مجموعهما زوجي وحاصل ضربه في ناتج ضرب العددين سيكون زوجي. الخلاصة الناتج النهائي في كل الأحوال زوجي، بينما 20042401 فردي.

(8) الحل وحيد كالتالي:

$$\begin{array}{r} 9\;8\;3 \\ +\quad 7\;5 \\ 4 \\ \hline 1\;0\;6\;2 \end{array}$$

(9) كما بالشكل:

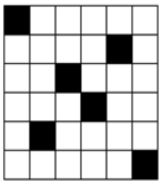


(10) البقرة الثالثة تعطي نصف الحليب، وبالتالي تعطي البقرة الثانية ربع اللبن زائدًا 2 لتر، والأبقار الأولى والثانية تعطي نصف الحليب. وبالتالي $4 = 2 + 2$ لترات تشكل ربع الحليب.

وهذا يعني أن الثانية تعطي $6 = 4 + 2$ لترات، والثالثة 8 لترات.

الخلاصة 2 لتر من البقرة الأولى، 6 لترات من الثانية و 8 لترات من البقرة الثالثة. أي أن الحل = 16 لترًا.

(11) حتى لا يكون هناك شريط أبيض من النوع 1×6 يجب ألا يخلو أي صف أو أي عمود من مربع أسود.
وبوضع في الحسبان ألا يوجد رباعي أبيض من النوع 3×3 بعد التلوين، نجد أحد الحلول كالتالي:



(12) دعنا نبحث عن قيم O أولاً:

لأن العدد $3O$ رقم آحاده O وبالتالي قيم O بهذه الشروط هي 0 و 5.

- إذا كانت O = 0 ، فليس هناك عشرات "للحمل" إلى العمود الأوسط ولذا فإننا نبحث عن رقم لـــ M ، سيكون عندها أيضاً العدد $3M$ رقم آحاده M وبالتالي قيم M بهذه الشروط هي 0 و 5 ، ولأن O و M يرمزان لرقمين مختلفين فإن $M = 5$ ، وفي هذه الحالة يكون لدينا "1" يحمل على ناتج جمع العمود الثالث.بمعنى : $3J + 1 = I$ ، بمراعاة أن $J \neq 0$ فإن الحلول الممكنة هي $J = 1, I = 4$ أو $J = 2, I = 7$ فقط .

- إذا كانت O = 5 ، فإن قيمة $3O$ هي 15 وهكذا لدينا "1" يحمل على ناتج جمع العمود الأوسط.

مما يتطلب أن يكون $3M + 1 = M$ أو $3M + 1 = M + 10$ أو $3M + 1 = M + 20$, والتي تكافئ $2M + 1 = 0$ أو $2M = 9$ أو $2M = 19$ ، ومن الواضح أنه لا توجد قيمة محتملة ل M في الحالات الثلاث.

الحلول الممكنة هي: 150 = "JMO‘‘مع 450 = "IMO"

و 250 = "JMO"مع 750 = "IMO" .

نظام المعادلات الخطية الآنية

تدريب: a) حل وحيد. b) لا يوجد حل. c) عدد لا نهائي من الحلول.

تدريبات:

(1) a) $(10,3)$. b) $(4,1)$. c) $(8,6)$. d) $(5,4)$.

(2) العددان هما 25 و 17.

مسائل تحدي

(1) بجمع المعادلتين نحصل على $\frac{2}{a}=20$ ومنها $\frac{1}{a}=10$ ومنها $a=\frac{1}{10}$ ،
بالتعويض في المعادلة الثانية نحصل على $10+\frac{1}{b}=14$ ومنها $\frac{1}{b}=4$ ومنها $b=\frac{1}{4}$.

(2) بجمع المعادلات الثلاثة نحصل على $2(x+y+z)=18$ ومنها $x+y+z=9$ ، بالتعويض من المعادلة الأولى نحصل على $z=1$ ثم من الثانية $x=5$ ومن الثالثة $y=3$.

(3) مثلاً $\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ ، يمكن إيجاد الصيغة العامة كالتالي:
بفرض الكسرين $\frac{1}{a},\frac{1}{b}$ فيكون لدينا $\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ ، ومنها $\frac{1}{ab}=\frac{b-a}{ab}$ ومنها $b-a=1$ ومنها $b=a+1$ ، ويكون الكسرين بشكل عام $\frac{1}{a},\frac{1}{a+1}$.

(4) بفرض عرض وطول المستطيل المظلل هو x و $3y$ على التوالي وطول المستطيل الغير مظلل يكون l .
بما أن كل مستطيل له نفس المحيط إذن $2(l+y)=2(x+3y)$ وبالتالي $l+y=x+3y$
ومنها $l=x+2y$ ، ولأن الشكل الأصلي مربع إذن $2x+l=3y$ ومنها $l=3y-2x$.
وبالتالي $x+2y=3y-2x$ ومن ثم $y=3x$.
إذن مساحة مستطيل مظلل هي $3xy$ ،
ومساحة مستطيل غير مظلل هي $ly=y(x+2y)=y(x+6x)=7xy$
فإن نسبة مساحة مستطيل مظلل إلى مساحة مستطيل غير مظلل هي $3xy:7xy=3:7$.

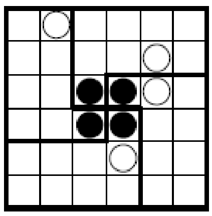
(5) بفرض عدد الأطفال هو n ، قيمة المبلغ هي k هلله.
لدينا $60n = k - 210$ ومنها $k = 60n + 210$.
من جهة أخرى $\frac{k+20}{n} = 70$ ومنها $k = 70n - 20$.
أصبح الآن $60n + 210 = 70n - 20$ ومنها $n = 23$ وهو عدد الأطفال.

(6) يمكننا كتابة التحليل الأولي للعدد 3600 كالتالي: $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ والمطلوب كتابته على الصورة $2^a \times 3^b \times 4^c \times 5^d$. بمقارنة المقدارين نجد $b = 2, d = 2$ وأيضاً $2^4 = 2^a \times 4^c$. ولأن $4^c = 2^{2c}$ ، وبالتالي $a + 2c = 4$ ومنها $a = 4 - 2c$. ولكن $a + b + c + d = 7$. ومن ثم $4 - 2c + 2 + c + 2 = 7$ والتي حلها $c = 1$.

(7) نريد أن يكون أكبر عدد من الرقم 5 على اليسار . سنبدأ بإزالة 1234 ونترك 5. ثم نعيد الكرة نزيل 1234 ونترك 5. للأسف لا نستطيع جعل 5 أخرى في اليسار. مسموح لنا فقط أن نزيل 12 التالية. تأكد أن أكبر عدد يمكن الحصول عليه هو:

$$553451234512345.$$

(8) على سبيل المثال الشكل أدناه:



(9) الطفل الوحيد في عيال أخي المحتمل أن يكون في رياض الأطفال هو الذي عمره 5 سنوات، ولأن إحدى البنات في رياض الأطفال فإن الطفل الأصغر هو بنت. كما أن محمداً ليس الأصغر، ولأنه أصغر من نجاح فإنه ليس الأكبر كذلك. ومن ثم عمر محمد 8 أو 13.

– بفرض عمر محمد 8 سنوات فإن عمر نجاح 13 أو 15، وتصبح الأزواج المرتبة الممكنة لتمثيل عمري نور ونجاح هي :

$$(5,13),(5,15),(13,15)$$

الزوج الوحيد الذي يحقق أن مجموع العمرين يقبل القسمة على 3 هو أن يكون عمر نور 3 سنوات وعمر نجاح 18.

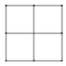
– بفرض عمر محمد 13 سنة فإن عمر نجاح 15 ، وتصبح الأزواج المرتبة الممكنة لتمثيل عمري نور ونجاح هي :

$$(5,15),(8,15)$$

ولا يوجد إمكانية أن يكون مجموع العمرين يقبل القسمة على ثلاثة.
الخلاصة شروط السؤال تتحقق فقط عندما عمر نور 5 سنوات، وبالتالي نور بنت.

(10) إذا قال كل الناس في الجزيرة الصدق فسنحصل على 100 إجابة إيجابية. يعطي كل كاذب ثلاث إجابات إيجابية بدلاً من إجابة واحدة ، وبهذه الطريقة يزيد إجمالي عدد الإجابات الإيجابية بمقدار 2.
حيث تم إعطاء $25 + 25 + 45 + 55 = 150$ إجابات إيجابية، 50 منها "إضافية ".
لهذا السبب عدد الكذابين هو $50 \div 2 = 25$.

(11) السؤال ليس سهلاً على أية حال والهدف هو أن نطلق العنان لإبداع الطالب.
لو نظرنا لأي مربع من النوع 2×2 والمقسم ل 4 مربعات صغيرة داخل الجدول.



دعنا نطلق عليه "بلوك" سنجد أن أي مربعين صغيرين فيه سيشتركان في رأس أو ضلع. وبالتالي لا يمكن أن نلون أكثر من مربع صغير بالأسود داخل أي بلوك في الجدول. ونطرح السؤال الآن كم أكبر عدد من البلوك المنفصل (أي الغير متداخل) التي يمكن أن نقسم لها الجدول المعطى؟ الإجابة هي 16 بلوك!
ومن ثم أكبر عدد من المربعات الصغيرة يمكن تلوينها بالأسود بشروط السؤال هو 16، ولا يمكننا تلوين 16 مربع صغير بهذه الطريقة.

تطابق المثلثات

تدريب ص 12

المثلثان AMB, DMC فيهما:

$$\begin{cases} MA = MD \\ MB = MC \\ \angle AMB = DMC \end{cases}$$
ذ قاب ل بال رأس ((

إذن يتطابق المثلثان وينتج أن :

(1) $AB = CD$ (المطلوب أولًا).

(2) $\angle A = \angle D$ وهما متبادلتان . إذن $AB \parallel CD$ (المطلوب ثانيًا).

تدريبات ص 15

رقم التدريب	المثلث المطابق	مسلمة التطابق
1	NPY	$A.S.A$
2	لا يوجد	لا يوجد
3	CKA	$S.S.S$
4	لا يوجد	لا يوجد
5	لا يوجد	لا يوجد
6	لا يوجد	لا يوجد
7	PQC	$S.A.S$
8	لا يوجد	لا يوجد

رقم التدريب	المثلث المطابق	مسلمة التطابق
9	ACG	$A.S.A$
10	CDA	$A.S.A$
11	PST	$A.S.A$
12	لا يوجد	لا يوجد
13	لا يوجد	لا يوجد
14	لا يوجد	لا يوجد
15	MNC	$A.S.A$

(16) شروط التطابق واضحة وهي: $\angle AMC = \angle ANB$, $AB = AC$ ، $\angle A$ مشتركة.

(17) من تطابق المثلثين $\Delta JDH, \Delta DJK$ من خلال الشروط المعطاة.

(18) سوف نحاول ايجاد شروط تطابق المثلثين $\Delta HES, \Delta HDT$ من خلال الشروط المعطاة لدينا $ES = DT$ ، $\angle 1 = \angle 3$ ، وبما أن $\angle 1 = \angle 2$ في HED إذن $HE = HD$.

(19) نحاول اثبات تطابق المثلثين LMK, AMF وذلك باستخدام المعطيات المذكورة.

(20) من النقطة D نرسم $DF \parallel AE$ ليقطع BC في F كما بالشكل.

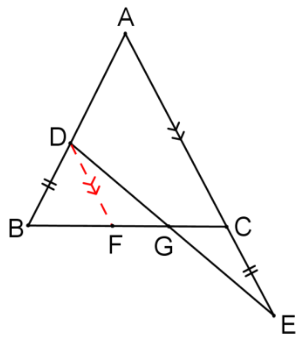
إذن: $\angle FDG = \angle CEG, \angle DGF = \angle EGC$

وبما أن: $\angle BFD = \angle BCA = \angle DBF$

إذن: $DF = DB = CE$

إذن: $\Delta DFG \cong \Delta ECG \quad A.A.S$

إذن: $DG = GC$



الاختبار التجريبي

(1)	E
(2)	A
(3)	C
(4)	A
(5)	D
(6)	C
(7)	C
(8)	B
(9)	D
(10)	D
(11)	A
(12)	B

(13)	B
(14)	D
(15)	E
(16)	B
(17)	A
(18)	C
(19)	E
(20)	D
(21)	A
(22)	C
(23)	E
(24)	B

المراجع

[1] البركاتي، سلطان سعود، مبادئ أساسية لأولمبياد الرياضيات1 ، مطابع الحميضي، الطبعة الأولى 1432هـ (2011م).

[2] البركاتي، سلطان سعود، شحاتة، طارق سلامة ،مبادئ أساسية لأولمبياد الرياضيات2 ، مطابع الحميضي، الطبعة الأولى 1437هـ (2016م).

[3] شحاتة، طارق سلامة صابر، وآخرون رياضيات الأولمبياد " الهندسة"، دار الخريجي للنشر والتوزيع، الطبعة الأولى 1434هـ (2013م).

[4] Atkins WJ, Edwards JD, King DJ, O'Halloran PJ,and Taylor PJ, Australian Mathematics Competition Book 1 (1978-1984), AMT Publishing 2004.

[5] Rusczyk Richard, The Art of Problem Solving, Introduction to Geometry:, AoPS Incorporated. 2009

[6] Atkins WJ, Munro JE, and Taylor PJ,Australian Mathematics Competition (1992-1998), AMT Publishing 2009.

[7] Atkins WJ, Taylor PJ, Australian Mathematics Competition (1999-2005), AMT Publishing 2007.

[8] Batterson J, Competition Math For Middle School, AoPS Inc, 2011.

[9] Canadian Mathematics Competitions, Past Contest Problems With Solutions, Gauss (Grade 7), Gauss (Grade 8), Pascal (Grade 9), Cayley (Grade 10), and Fermat (Grade 11) (1997-2019).